

Matematika háziverseny 2025.

ELTE Bolyai János Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium

2. forduló

A második forduló feladatsorának beküldési határideje: december 7.

A feladatmegoldásokat a versenyzők szövegszerkesztve vagy A4-es lapokra áttekinthetően leírva, befotózva küldhetik be a zsirpeter1@gmail.com email-címre. Minden lapon szerepeljen a versenyző neve, osztálya!

A versenyben közös feladatsorok szerepelnek a 9-10. és a 11-12. évfolyamok számára, de a versenyzőket évfolyamonként díjazzuk. Pontegyenlőség esetén a bírálók a megoldások áttekinthetősége, precizitása alapján döntenek.

Az eredményhirdetés december 18-án, a Bolyai napon lesz. Minden évfolyam nyertesét felkérjük a (bírálók szerint) legjobb feladatmegoldásuk személyes ismertetésére – az eredményhirdetést és a négy előadást az érdeklődő felsőgimnazisták megtekinthetik.

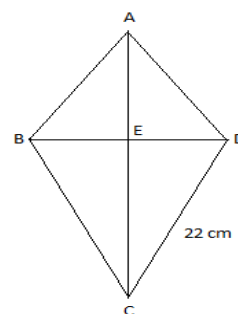
A 9-10. évfolyam feladatai

1. ABCD négyzet belsejében úgy vesszük fel a P pontot, hogy $\angle PAB = \angle PBA = 15^\circ$ legyen. Igazold, hogy PCD háromszög szabályos!

2. Egy tízes számrendszerben felírt négyjegyű számból kivonjuk azt a háromjegyű, kétjegyű, végül egyjegyű számot, amelyet az eredeti szám utolsó, utolsó két, illetve utolsó három számjegyének elhagyásával kapunk. Mely négyjegyű számok esetén kapunk a kivonások elvégzése után 2025-öt?

3. A tanár felírt 30 számot a táblára: $1, 2, \dots, 30$, aztán a tanulóihoz fordult: Ha én letörölök két számot innen a tábláról, jelöljük őket a és b betűvel, és felírom helyettük a $(2ab - 10a - 10b + 55)$ számot, akkor eggyel csökkentettem a számsor elemszámát. Ezt addig ismétlem, amíg csupán egyetlen szám marad a táblán. Milyen számok maradhatnak?

4. Az ábrán látható deltoidban AC a szimmetriaátló. Tudjuk, hogy a deltoid CD oldala 22 cm-es, a deltoid A-nál fekvő szöge derékszög, a B-nél fekvő szög pedig 105° . Mekkora az AE szakasz hossza?



Jó munkát!

A 11-12. évfolyam feladatai

1. Egy ABC egységnyi területű háromszögben P az AB oldal belső pontja, Q pedig az AC oldal belső pontja, a BQ és a CP szakaszok metszéspontja M. Tudjuk, hogy $AP:PB=1:p$ és $AQ:QC=q:1$. Fejezd ki p és q segítségével BCM háromszög területét!

2. Igazold, hogy $p = \sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{2}$ irracionális szám!

3. Oldd meg az egyenlőtlenséget!

$$x \leq \sqrt{x+5} + 7$$

4. Három kör sugara 4, 6 és 6 dm, páronként kívülről érintik egymást. Számold ki a három kör köré írt háromszög (azaz a három kört tartalmazó legkisebb háromszög) területét mm^2 pontossággal!

Jó munkát!